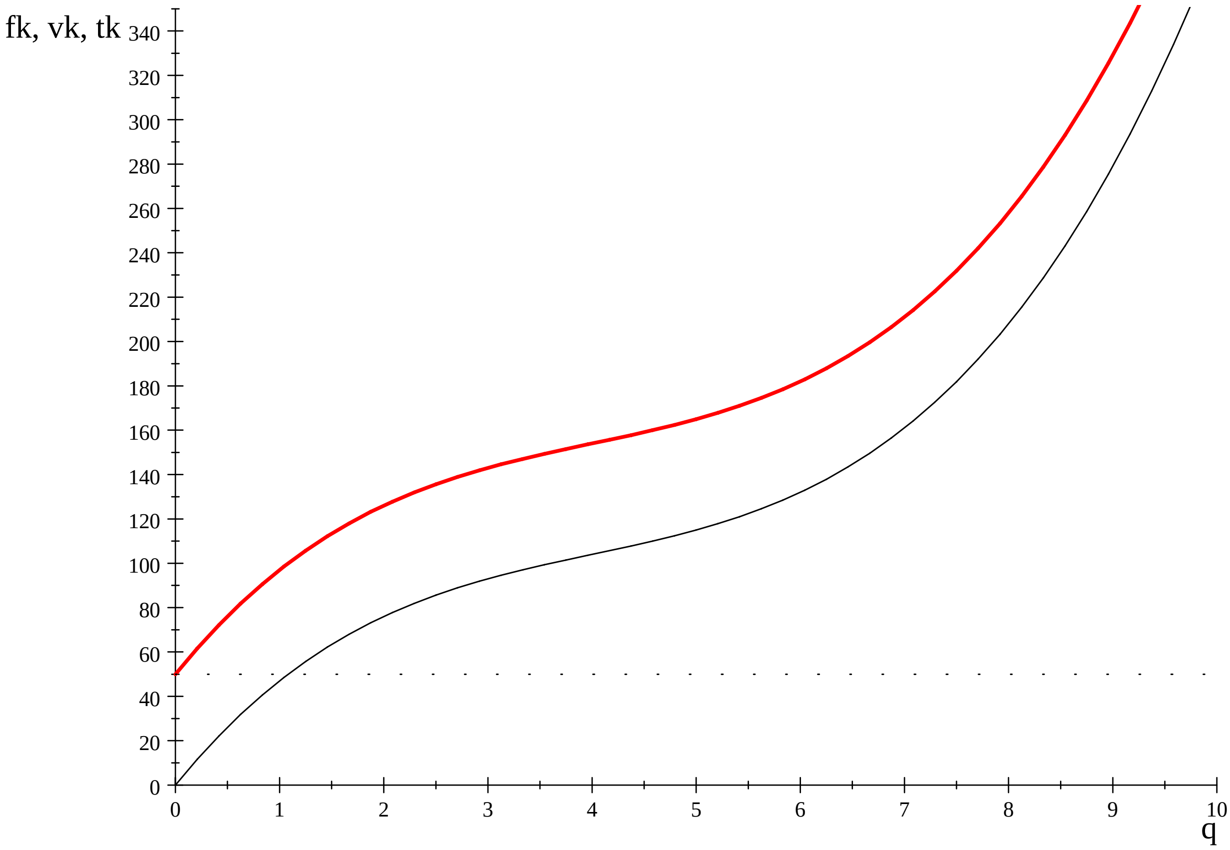
Illustration des Marginalprinzips an einem konkreten Beispiel. Sie stellt das Anbieterverhalten unter Konkurrenzbedingungen dar. q ist die Menge, die die Firma produzieren kann. Mathematische Ausdrücke nur als Hilfsmittel.

○ Kosten der Firma: Totale Kosten $(tk$, rote kurve$)$, variable Kosten (vk), Fixkosten $(fk$, flache Kurve$)$



○ <u>Variable Kosten</u>: $vk\left(q\right) = \left(q-4\right)^3 + 10q + 64$

→ ♣ Variable Kosten sind die Kosten, die mit der Produktion variieren; Steigung: $\frac{\partial vk(q)}{\partial q} = 3\left(q-4\right)^2 + 10$; Achsenabschnitt $vk\left(0\right) = 0$

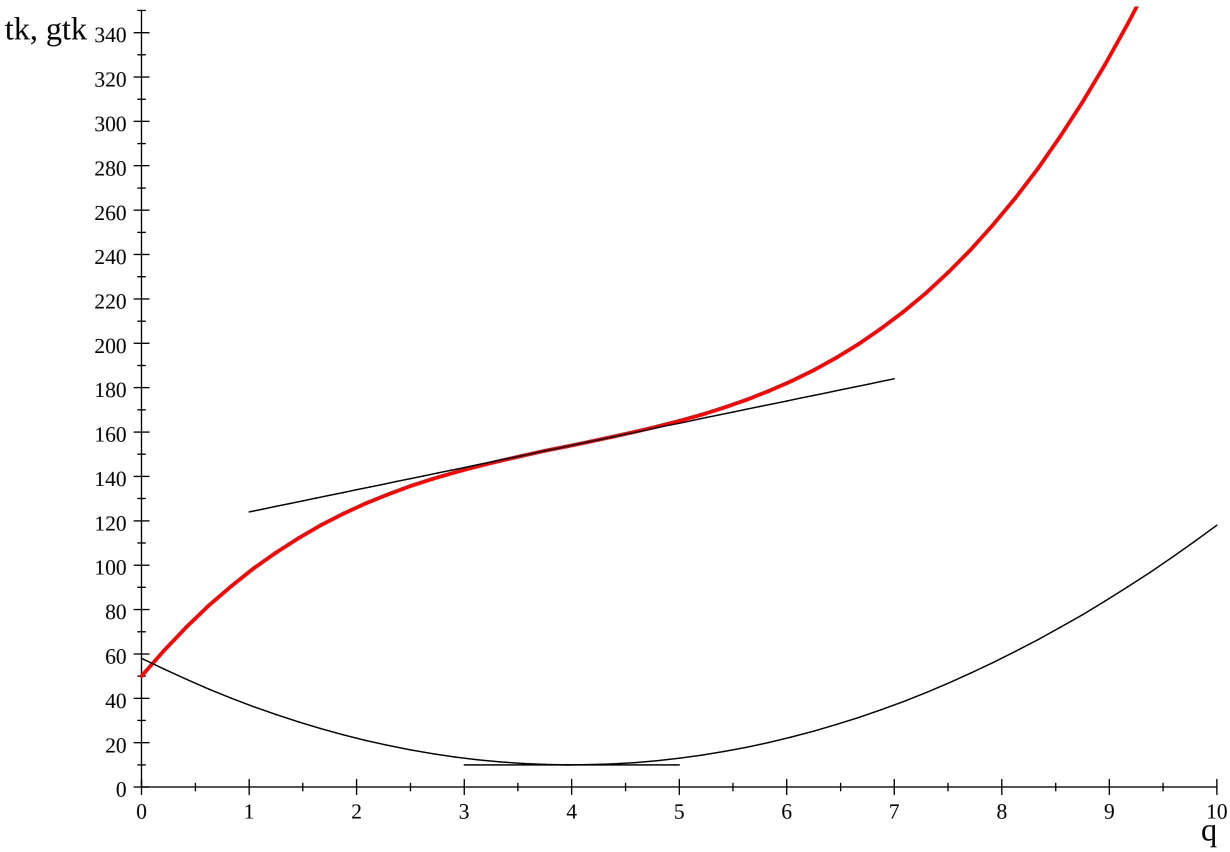
○ <u>Fixkosten</u>: $fk\left(q\right) = 50$

→ ♣ Fixkosten sind von der produzierten Menge unabhängig; Steigung: $\frac{\partial fk(q)}{\partial q} = 0$; Achsenabschnitt $fk\left(0\right) = 50$

○ <u>Totalkosten</u>: $tk\left(q\right) = vk\left(q\right) + fk\left(q\right) = \left(q-4\right)^3 + 10q + 114$

→ ♣ Totalkosten sind die Summe der Fixkosten und variablen Kosten; Steigung: $\frac{\partial tk(q)}{\partial q} = 3\left(q-4\right)^2 + 10 = \frac{\partial vk(q)}{\partial q}$; Achsenabschnitt $tk\left(0\right) = 50$

→ ♣ Kapazitätsgrenze der Produktion, wenn die Totalkosten explosiv zunehmen



○ <u>Grenztotalkosten</u>: $gtk\left(q\right)=\frac{\partial tk(q)}{\partial q}=3\left(q-4\right)^2+10=3q^2-24q+58$

$\longrightarrow$ ♣ Die Grenzkosten sind diejenigen Kosten, die dadurch entstehen, dass im Unternehmen eine weitere Produkteinheit produziert wird; Achsenabschnitt: $gtk\left(0\right)=58$

○ <u>Variable Grenzkosten</u>: $gvk\left(q\right) = \frac{\partial vk(q)}{\partial q} = 3\left(q-4\right)^2 + 10 = gtk\left(q\right)$

→ ♣ Per Definition handelt es sich um die variablen Grenzkosten

○ <u>Fixe Grenzkosten</u>: $gfk\left(q\right) = \frac{\partial fk(q)}{\partial q} = 0$

→ ♣ Per Definition sind sie immer null (kurzfristig betrachtet)

○ <u>Min. gtk</u>: via gtk: $\frac{\partial gtk}{\partial q} = 0$ oder via tk: $\frac{\partial\left(\frac{\partial tk}{\partial q}\right)}{\partial q} = \frac{\partial^2 tk}{\left(\partial q\right)^2} = 0$

$\rightarrow 6\left(q-4\right) = 0 \rightarrow q = 4$

$\rightarrow gtk\left(4\right) = 10$

→ ♣ In diesem Beispiel stellt das Minimum einen Schwellenpunkt auf der Kurve der totalen Kosten dar; das Minimum hat sonst keine andere Bedeutung

○ Fläche unter der gtk-Kurve

$\longrightarrow \int_0^q gtk\left(q\right)\mathtt{d}q = \int_0^q \frac{\mathtt{d}tk(q)}{\mathtt{d}q}\mathtt{d}q = tk\left(q\right)$

$\longrightarrow$ Bsp. $tk(5) = 165$

$\longrightarrow$ Fläche

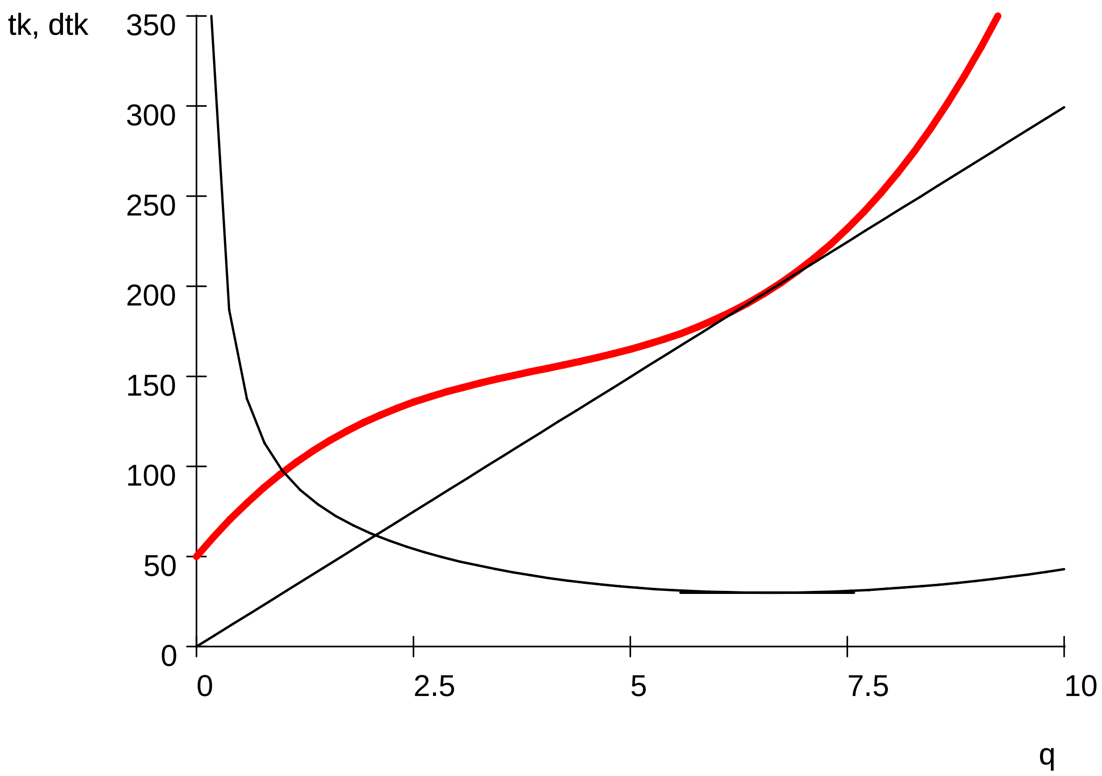
$$\int_0^5 \left(3q^2 - 24q + 58\right)\mathtt{d}q =$$

$$\int_0^5 3q^2\mathtt{d}q - 24\int_0^5 q\mathtt{d}q + 58\int_0^5 \mathtt{d}q =$$

$$q^3 \mid_0^5 - 24\frac{q^2}{2} \mid_0^5 + 58q \mid_0^5 =$$

$$125 - 12 \times 25 + 58 \times 5 = 115$$

$\longrightarrow$ Fixkosten stellen den Unterschied dar



○ <u>Durchschnittskosten, Stückkosten</u>: $dtk\left(q\right) = \frac{tk(q)}{q} = \frac{(q-4)^3+10q+114}{q}$

$$\rightarrow dtk\left(q\right) = \underbrace{q^2 - 12q + 58}_{dvk(q)} + \underbrace{\frac{50}{q}}_{dfk(q)}$$

○ Betriebsoptimum: Min. $\frac{\partial dtk}{\partial q} = 0$

$\longrightarrow q^3 - 6q^2 - 25 = 0 \longrightarrow q = 6.5778$

$\longrightarrow dtk(6.5778) \simeq 30$

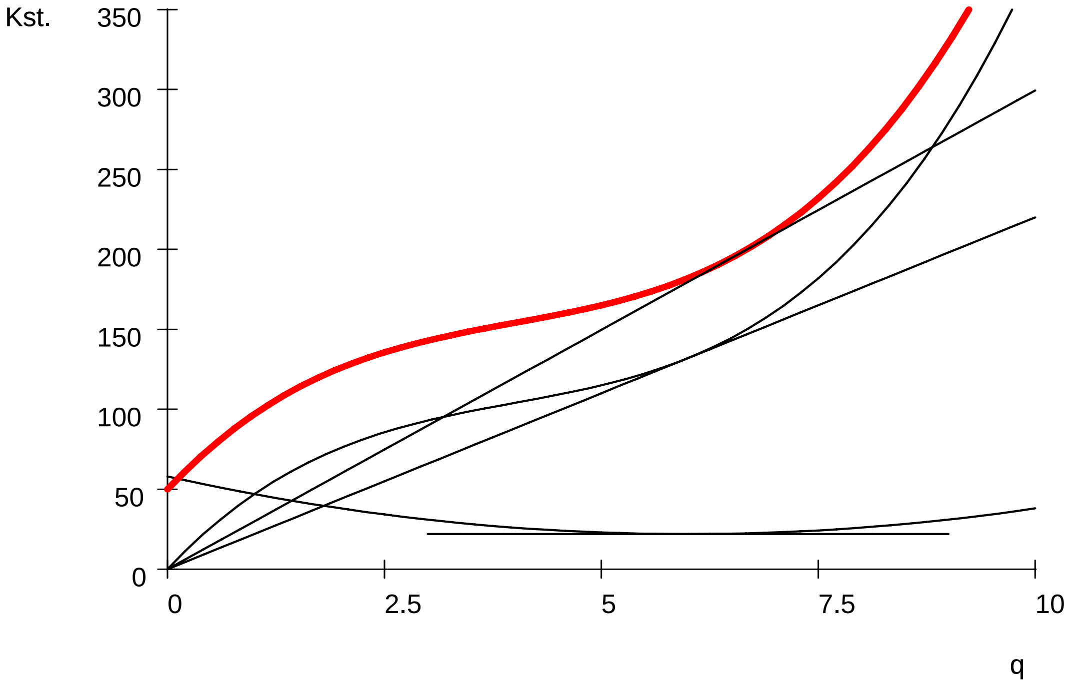
$\longrightarrow$ ♣ Pro Stück kann die verwendete Technologie die Kosten minimieren; das ist nicht unbedingt die optimale Menge, wenn die Firma auf den Markt geht

○ Skalenerträge

$\longrightarrow$ ♣ Zunehmende Skalenerträge dtk nimmt ab

$\longrightarrow$ ♣ Abnehmende Skalenerträge dtk nimmt zu

$\longrightarrow$ ♣ In diesem Beispiel gibt es keine konstanten Skalenerträge (ausser dem Betriebsoptimum)

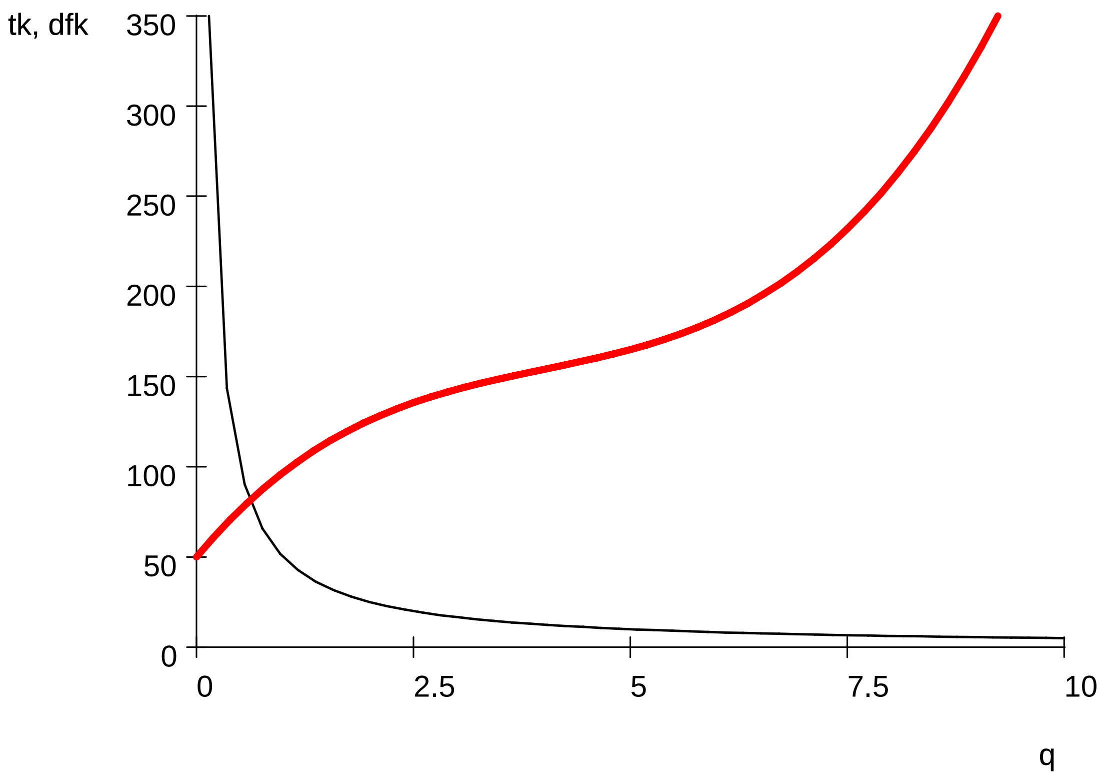


○ <u>Variable Durchschnittskosten</u>:

$$\longrightarrow dvk\,(q) = \frac{vk(q)}{q} = \frac{(q-4)^3+10q+64}{q} = q^2 - 12q + 58$$

○ <u>Minimum der dvk</u>: $\frac{\partial dvk}{\partial q} = 0 \longrightarrow dvk(6) = 22$

$\longrightarrow \clubsuit \neq \min dtk \longrightarrow$ Grund: Fixkosten spielen eine Rolle in den gesamten Stückkosten, aber nicht in den var. Durchschnittskosten; zwischen den zwei Minima Differenz = 8, d.h. 50 dividiert durch die durchschnittliche Menge der Minima (6.3=6+6.5778)



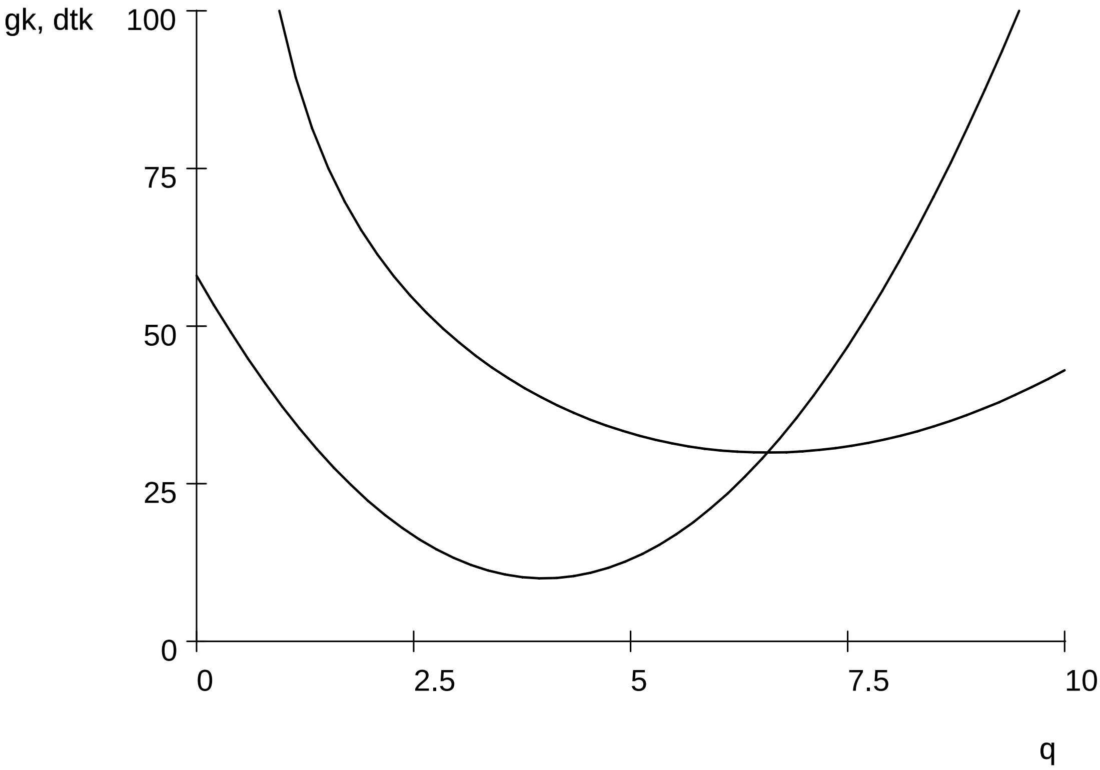
○ Durchschnittsfixkosten: $dfk\,(q) = \frac{fk(q)}{q} = \frac{50}{q}$

$\rightarrow \clubsuit\ q \rightarrow \infty \Longrightarrow dfk \rightarrow 0$

$\rightarrow \clubsuit\ q \rightarrow 0 \Longrightarrow dfk \rightarrow \infty$; Fixkosten spielen keine grosse Rolle, wenn die Produktion sehr gross ist

$\rightarrow \clubsuit\ dfk$ geht durch den Punkt $(1;50)$ per Kontruktion

$\rightarrow dtk\,(q) = dvk\,(q) + dfk\,(q)$

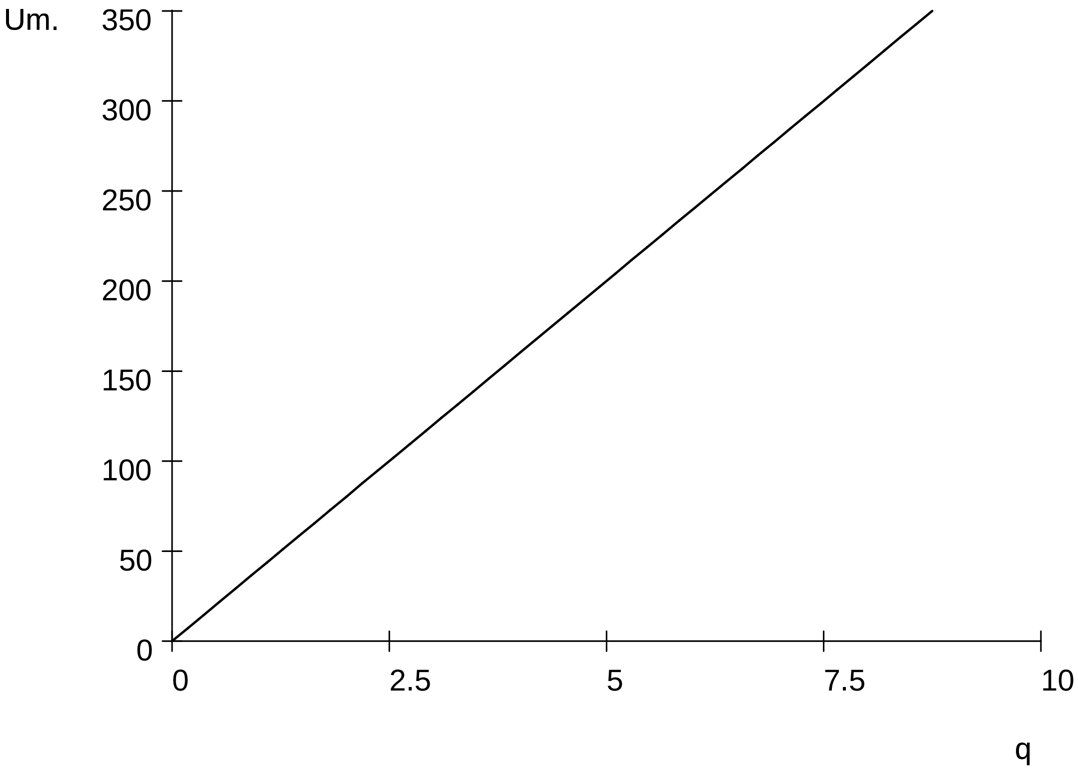


- <u>Schnittpunkt zwichen den gtk und den dtk:</u>

  $3\,(q-4)^2+10=\frac{(q-4)^3+10q+114}{q}$

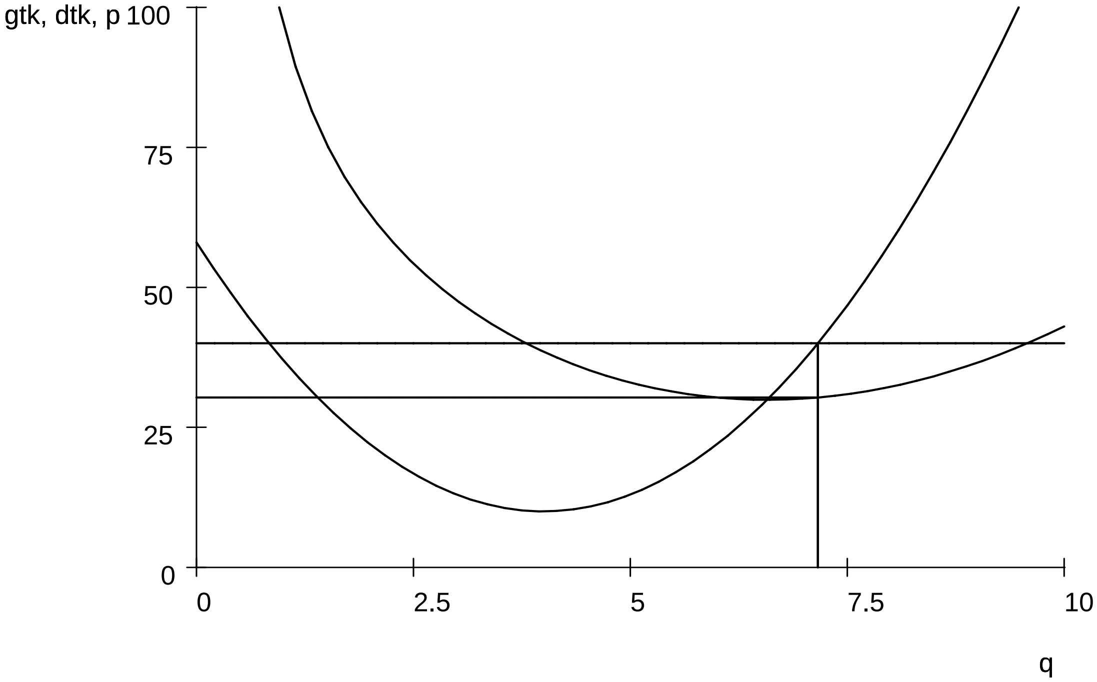
  $q^3-6q^2-25=0 \rightarrow q=6.5778 \rightarrow \min dtk$

- ♣ $gk > dtk \rightarrow dtk$ nimmt zu; $gk < dtk \rightarrow dtk$ nimmt ab $\rightarrow gtk$ muss durch Min dtk

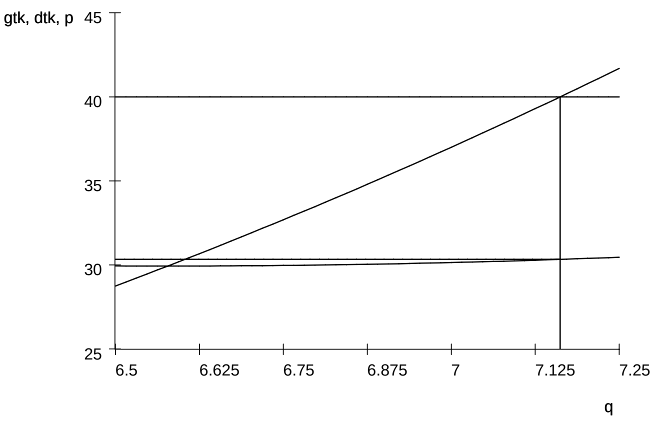


- Erlösfunktion und Grenzertrag (ge):
- ♣ Preis auf dem Markt (vom Markt gegeben)
- $Preis = ge = Steigung \rightarrow 40$

Auf dem Markt (Preis = 40 $> \min dtk$)



Zoom



- ♣ $Gewinnzone : Preis > dtk$

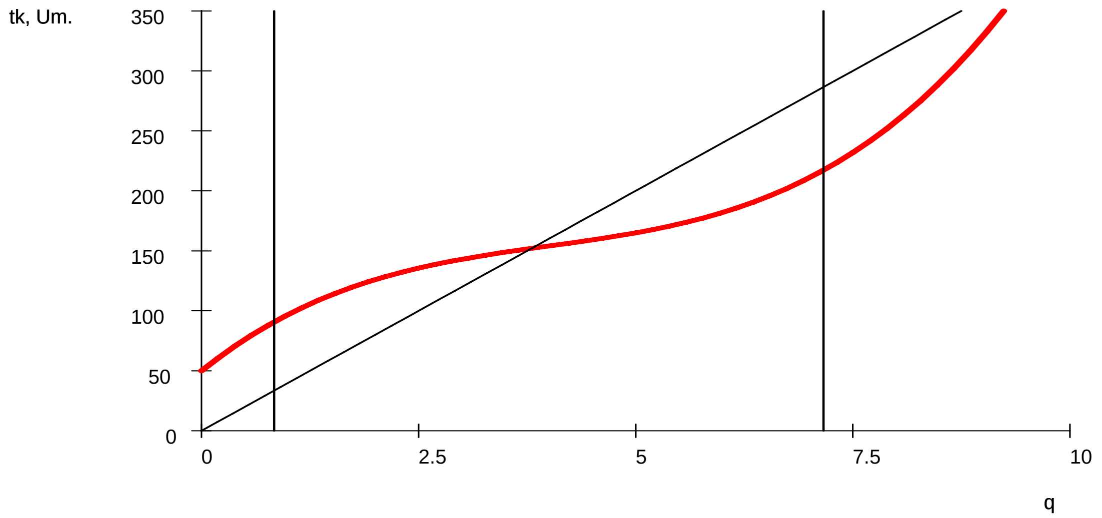
- ♣ Marginalprinzip $ge = gtk$
  $\longrightarrow 40 = 3\left(q^{*}-4\right)^{2}+10$
  $\longrightarrow q^{*} = 4 \pm \sqrt{10}$
  $\longrightarrow q^{*} = 7.162277$ (richtig, in der Gewinnzone)
  $\longrightarrow$ $[q^{*} = 0.8377$ (falsch, ausserhalb der Zone, max. Verlust)$]$

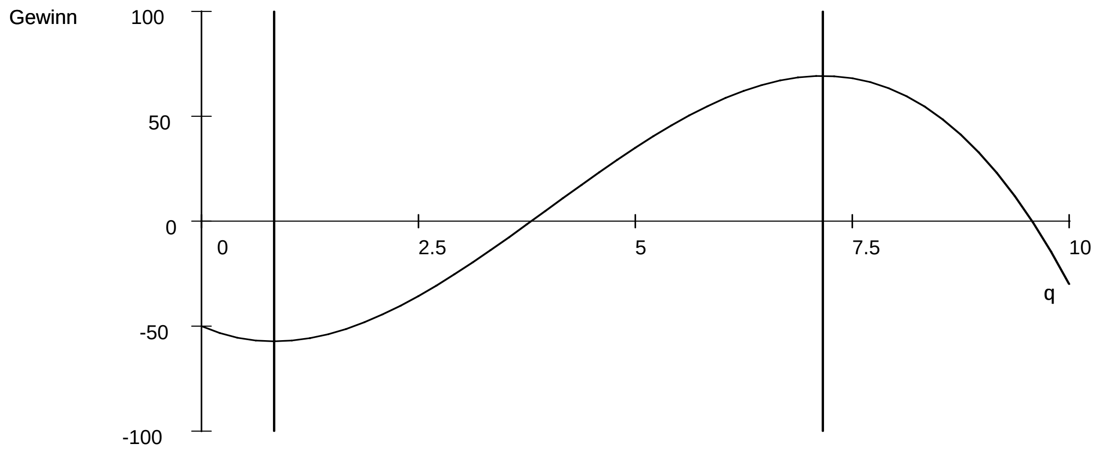
- ♣ $Gewinn = Gewinn|_{\text{Stück bei } q^{*}} \times q^{*}$
  $= \left[Preis - dtk\left(q^{*}\right)\right] \times q^{*}$
  $= \left[40 - \frac{\left(q^{*}-4\right)^{3}+10q^{*}+114}{q^{*}}\right] \times q^{*}$
  $= 40q^{*} - \left(\left(q^{*}-4\right)^{3}+10q^{*}+114\right)$
  $= Umsatz\left(q^{*}\right) - tk\left(q^{*}\right)$

cuche.net
N A C @

Gewinn = Umsatz - Kosten

Marginalprinzip





Gewinn

- $Gewinn\,(q) = 40q - \left((q-4)^3 + 10q + 114\right)$
  $= -q^3 + 12q^2 - 18q - 50$

- $Gewinn\,(0) = -50$

♣ Verstust entspricht den Fixkosten

- ♣ Maximum/Minimum: $\frac{\partial Gewinn(q)}{\partial q} = 0 \longrightarrow ge - gtk = 0$

(Begründung des Marginalprinzips)

$\longrightarrow (q^*)^2 - 8q^* + 6 = 0$

$\longrightarrow q^* = 4 \pm \sqrt{10}$

$\longrightarrow q^* = 7.162277$ (max. Gewinn)

$\longrightarrow [q^* = 0.8377$ (max. Verlust)$]$

- $Gewinn = 0 \longrightarrow Umsatz = Kosten$

$40q = (q-4)^3 + 10q + 114$

$0 = (q-4)^3 - 30q + 114$

$q \simeq 3.81$

$q \simeq 9.58$

$Gewinnzone : [3.81; 9.58]$

Preis = 30 = $\min dtk$ = Gewinnsch.